

Conformément à l'usage typographique international, les vecteurs sont représentés en gras

Questions de cours

1. Énoncer les principes de la théorie de la relativité et donner la transformation de Lorentz du quadrivecteur espace-temps (figure à l'appuie). Discuter la limite classique de cette transformation. Comment se nomme cette dernière ? Donner la transformation inverse.
2. On considère un système constitué de deux particules de même masse. Définir la masse totale de ce système et montrer qu'il est invariant par changement de référentiel. On rappellera pour cela la transformation de Lorentz du quadri-vecteur quantité de mouvement-énergie.

Changement de chronologie de deux événements

On considère une barre AB de longueur propre $L = 1$ m qui se déplace à la vitesse $\mathbf{u} = u\mathbf{e}_x$, avec $u = 0,8c$, par rapport au référentiel du laboratoire $\mathcal{R} = Oxyz$ le long de l'axe horizontal Ox . Sur cet axe de \mathcal{R} se trouve une seconde barre OE de même longueur propre $L = 1$ m. On désigne par E_1 l'événement origine pris lorsque les deux extrémités O et B coïncident, E_2 l'événement lorsque les extrémités O et A coïncident, E_3 l'événement lorsque les extrémités E et B coïncident. On note $\mathcal{R}' = Ox'y'z'$ le référentiel lié à la barre AB .

1. Calculer les coordonnées spatio temporelles de E_2 dans \mathcal{R} et dans \mathcal{R}' . En déduire le carré de l'intervalle entre E_1 et E_2 .
2. Mêmes questions pour E_3 .
3. Comparer la chronologie entre les trois événements dans \mathcal{R} et dans \mathcal{R}' . Commenter en calculant le carré de l'intervalle entre E_2 et E_3 .

Noyaux 'miroirs' et rayon des noyaux

Deux noyaux isobares tels que le nombre de protons de l'un soit égal au nombre de neutrons de l'autre constituent une paire de noyaux miroirs, appellation provenant du fait que ces noyaux sont placés symétriquement par rapport à la droite $N = Z$ dans une représentation du nombre de neutrons N en fonction du nombre de protons Z pour les différents noyaux. On considère un modèle de noyau dans lequel la charge électrique Ze est distribuée uniformément à l'intérieur d'un volume supposé sphérique et de rayon R , relié au nombre de masse A du noyau par

$$R = R_0 A^{1/3},$$

avec R_0 , le rayon nucléaire unité un paramètre que l'on se propose de déterminer.

1. Calculer l'énergie de répulsion coulombienne d'une sphère de rayon R renfermant la charge électrique Ze uniformément répartie.
En déduire la différence d'énergie coulombienne entre 2 noyaux isobares de nombres de charges respectifs Z et $Z-1$.

- Exprimer la différence d'énergie au repos existant entre les deux noyaux miroirs ${}_Z^A X$ et ${}_{Z-1}^A Y$ en supposant que celle-ci ne provient que de la différence de masse entre neutron et proton et de la différence d'énergie coulombienne. Dire en quoi le principe d'indépendance de charge des forces nucléaires intervient dans cette hypothèse.
Note : les noyaux X et Y seront considérés dans leur état fondamental.
- Le noyau ${}_Z^A X$ précédent est émetteur β^+ et l'on désigne par T_{max} l'énergie cinétique maximale du spectre des β émis. Écrire la réaction nucléaire β^+ qui conduit au noyau résiduel Y . Exprimer la différence d'énergie au repos entre les deux noyaux miroirs X et Y en fonction de T_{max} sachant que la transition β conduit au niveau fondamental du noyau résiduel Y .
- Déduire des résultats précédents une relation numérique donnant R_0 en Fermi en fonction de T_{max} exprimé en MeV.
- Le tableau suivant donne les valeurs expérimentales des énergies cinétiques maximales des spectres β^+ pour des noyaux émetteurs satisfaisant la relation $A = 2Z-1$, les noyaux résiduels étant tous produits dans leur état fondamental :

Noyau émetteur	${}_{6}^{11}C$	${}_{7}^{13}N$	${}_{8}^{15}O$	${}_{9}^{17}F$	${}_{10}^{19}Ne$	${}_{11}^{21}Na$	${}_{12}^{23}Mg$	${}_{13}^{25}Al$
T_{max} en MeV	0,96	1,19	1,74	1,74	2,23	2,50	3,00	3,24
Noyau émetteur	${}_{14}^{27}Si$	${}_{15}^{29}P$	${}_{16}^{31}S$	${}_{17}^{33}Cl$	${}_{18}^{35}A$	${}_{19}^{37}K$	${}_{20}^{39}Ca$	${}_{21}^{41}Sc$
T_{max} en MeV	3,80	3,95	4,40	4,50	4,96	5,10	5,50	5,61

A quelle valeur moyenne, $\overline{R_0}$, conduisent ces résultats expérimentaux ?

Sachant que les différentes méthodes de détermination du rayon nucléaire unité conduisent au résultat $R_0 \sim 1,5$ fermi, que peut-on conclure de ce problème ?

DONNÉES NUMÉRIQUES :

Masse au repos du proton : $M_p = 1,00727663 u$

Masse au repos du neutron : $M_n = 1,0086654 u$

Equivalent énergétique de l'unité de masse : $1u = 931,480 MeV$

Energie au repos de l'électron : $m_e c^2 = 0,511 MeV$

Charge élémentaire : $e = 1,602 \times 10^{-19} C$

Permittivité du vide : $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 m F^{-1}$.